



**KULTUSMINISTER
KONFERENZ**

Bildungsstandards MATHEMATIK (2022)
Primarstufe und Sekundarstufe I

Beitrag zur Implementation

Vom Schulausschuss zur Veröffentlichung freigegeben am 23.03.2023

SEKRETARIAT DER KULTUSMINISTERKONFERENZ

BERLIN · Taubenstraße 10 · 10117 Berlin · Postfach 11 03 42 · 10833 Berlin · Telefon +49 30 25418-499
BONN · Graurheindorfer Straße 157 · 53117 Bonn · Postfach 22 40 · 53012 Bonn · Telefon +49 228 501-0

Inhalt

Vorbemerkung	3
Weiterentwicklung der Bildungsstandards	5
Ziel und Absicht	5
Auftrag und Prozess.....	7
Fachliche Weiterentwicklung	10
Bereiche und Formen der Implementation.....	20
Überprüfung der Bildungsstandards	22
Anhang	24

Vorbemerkung

Die vorliegende Broschüre zur Begleitung der Implementation der *weiterentwickelten Bildungsstandards* richtet sich an die entsprechenden Lehrkräfte. Sie tragen primär zur unterrichtlichen Umsetzung der weiterentwickelten Bildungsstandards bei und tragen Sorge, dass die Schülerinnen und Schüler die Standards erreichen. Im Weiteren verschafft die Broschüre denjenigen einen Überblick, die auf der Grundlage der weiterentwickelten Bildungsstandards Lehr- und Bildungspläne, fachliche Fort- und Weiterbildungsmaßnahmen oder Lernmittel überprüfen und anpassen. Schließlich ermöglicht die Broschüre auch der Fachöffentlichkeit und allen Interessierten einen kurzgefassten Überblick über die Neuerungen und Kontinuitäten in der bundesweiten Standardsetzung und die damit einhergehenden Maßnahmen zur Sicherstellung einer zeitgemäßen und zukunftsfähigen Fachbildung für unsere Schülerinnen und Schüler

Die am 23.06.2022 verabschiedeten Bildungsstandards für die Fächer Deutsch und Mathematik im Primarbereich und in der Sekundarstufe I ersetzen mit sofortiger Wirkung die am 15.10.2004 beschlossenen und bisher gültigen Bildungsstandards.

Die Länder hatten sich auf Grundlage einer Bedarfsanalyse im Jahr 2020 darauf verständigt, die bisherigen Bildungsstandards als Teil der Gesamtstrategie der Kultusministerkonferenz zum Bildungsmonitoring in Deutschland weiterzuentwickeln. Die Länder verpflichten sich, die neuen Bildungsstandards in ihren länderspezifischen Vorgaben zu implementieren. Sie tragen damit zu einer Vergleichbarkeit und Überprüfbarkeit des Kompetenzerwerbs aller Schülerinnen und Schüler sowie zu einer Durchlässigkeit des Bildungssystems in Deutschland bei.

Der vorliegende Beitrag zur zentralen Implementation der weiterentwickelten Bildungsstandards hat zum Ziel, die fachlichen Ergebnisse der Weiterentwicklung fokussiert darzustellen und die sich anschließenden Implementationsschritte aufzuzeigen. Bis zu einer curricularen Implementation der neuen Bildungsstandards in den ländereigenen Lehr- und Bildungsplänen und bis zu einer an den neuen Bildungsstandards bzw. den neuen länderspezifischen Vorgaben ausgerichteten Verfügbarkeit von Lehr- und Lernmaterialien soll dieser zentrale Implementationsbeitrag eine Orientierung bieten und zur Transparenz der zu

erzielenden Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler beitragen. Die konkrete Ausgestaltung und zeitliche Abfolge des Implementationsprozesses sowie die dafür zur Verfügung stehenden Ressourcen ergeben sich aus den spezifischen Bedingungen des jeweiligen Landes. Zusätzlich beeinflussen die schon für die Folgejahre bis 2030 festgelegten Maßnahmen zum nationalen Bildungsmonitoring (IQB-Bildungstrend) auf Basis der weiterentwickelten Bildungsstandards den Implementationsprozess.

Weiterentwicklung der Bildungsstandards

Ziel und Absicht

Der Weiterentwicklung der Bildungsstandards ging eine Bedarfsanalyse in den Ländern voraus. Ziel der Bedarfsanalyse war es festzustellen, ob die Anforderungsniveaus der einzelnen Standards angemessen sind, ob die Standards den aktuellen wie künftig absehbaren curricularen und lebensweltlichen Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler entsprechen, ob sie die zentralen zu entwickelnden Kompetenzen abdecken und dem Stand der Fachdidaktik entsprechen. Darüber hinaus wurden die bisher gültigen Bildungsstandards auf dem Hintergrund der Strategie der Kultusministerkonferenz „Bildung in der digitalen Welt“ (Beschluss der KMK v. 08.12.2016) und dem ihr immanenten Kompetenzrahmen geprüft: Welche der dort aufgeführten Kompetenzen sollten konkret in die jeweiligen fachbezogenen Bildungsstandards aufgenommen werden?

Die aus der Prüfung abgeleitete Weiterentwicklung der Bildungsstandards wurde von Anfang an als eine möglichst behutsame Anpassung verstanden. Zur Wahrung der Kontinuität der Bildungsstandards galt es, so wenig wie möglich und doch so viel wie nötig zu ändern.

Zur Kontinuität der Bildungsstandards gehört es, die zu einem bestimmten Abschnitt in der Schullaufbahn zu erzielenden Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler kompetenzformuliert zu belassen. Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler stehen im Mittelpunkt der pädagogischen Prozesse, das heißt die Fähigkeiten, Wissen und Können zur Lösung von Problemen situativ anzuwenden. Das bedeutet, dass die Wege zum Erreichen der Ziele offenbleiben. Es liegt grundsätzlich in der Verantwortung der Lehrkräfte, diese Wege auszuwählen. Die landeseigenen Lehr- und Bildungspläne, in welche die Bildungsstandards nach Veröffentlichung sukzessive überführt werden, halten in der Regel an dieser bildungspolitischen Maxime fest.

Strukturiert werden die Kompetenzerwartungen in domänenspezifischen Bereichen, die sich fachlich begründen. Die Kompetenzen und die Bereiche repräsentieren eine Auswahl fachlich grundlegender sowie für den schulischen Aufbau einer allgemeinen Bildung bedeutsamer Könnens- und Wissensbestände. Die Kompetenzen sind dabei

weiterhin als abschlussbezogene Regelstandards in Form von Könnensbeschreibungen formuliert. Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele wie mögliche fachliche Beiträge zur Demokratieerziehung oder zu vergleichbaren Vereinbarungen der KMK fanden - abgesehen von fachimmanenten Anknüpfungspunkten beispielsweise der naturwissenschaftlichen Fächer hinsichtlich einer Bildung zur nachhaltigen Entwicklung - nicht explizit Eingang in die Formulierung der Fachstandards. Dies liegt vor allem in einer Begrenzung der Standards auf die zentral zu entwickelnden Fachkompetenzen begründet. Wie eingangs erwähnt, fanden Ziele einer Medienbildung und Bildung in der digitalen Welt fachangemessene Berücksichtigung, sofern möglich und fachdidaktisch fundiert. Das Handlungskonzept der diesbezüglichen Strategie der Kultusministerkonferenz vom 07.12.2017 sowie die ergänzende Empfehlung der Kultusministerkonferenz „Lehren und Lernen in der digitalen Welt“ vom 09.12.2021 waren leitende Referenzpapiere.

Die neu vorliegenden Bildungsstandards zeichnen sich dadurch aus, dass die Standardformulierungen dem Forschungsstand und der Evidenzbasierung folgend weiterentwickelt wurden. Eine stufenübergreifende Angleichung der Kompetenzmodelle und Kompetenzbereiche stärkt die Orientierungsfunktion der Bildungsstandards und eröffnet mit einer deutlicheren Progression und Vereinheitlichung von Formulierungen und Termini einen aufeinander aufbauenden und kontinuierlichen Fachunterricht – sowie Möglichkeiten für eine stufenübergreifend vergleichbare Gestaltung von Lehr- und Bildungsplänen.

Auftrag und Prozess

Nach mehr als 15-jähriger Geltungsdauer entwickelt die KMK die Bildungsstandards für den Primarbereich und die Sekundarstufe I erstmalig weiter. In die Weiterentwicklung der Bildungsstandards sind Kommissionen eingebunden, die sich aus Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern der verschiedenen Fachdidaktiken, von den Kultusministerien entsandten Fachexpertinnen und -experten, Aufgabenentwicklerinnen und -entwicklern (i.d.R. Lehrkräfte) zusammensetzen. Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktiker, die i.d.R. bereits in die Bedarfsanalyse eingebunden waren, leiten die Fachkommissionen und beraten Aufgabenentwicklungsgruppen. Der Gesamtprozess wird durch das Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) an der Humboldt-Universität zu Berlin koordiniert.

Die Überarbeitung der Bildungsstandards erfolgt sukzessive in drei aufeinanderfolgenden Phasen. In der ersten Phase wurden die Bildungsstandards in den Fächern Deutsch und Mathematik für den Primarbereich und die Sekundarstufe I überarbeitet. Diese Phase ist im Juni 2022 mit der Verabschiedung überarbeiteter Standards durch die KMK bereits abgeschlossen worden (<https://www.kmk.org/themen/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards.html>). In der zweiten Phase folgen die Bildungsstandards für die 1. Fremdsprache (Englisch, Französisch) und schließlich in der dritten Phase die Bildungsstandards für die Naturwissenschaften (Biologie, Chemie, Physik). Für die Weiterentwicklung der Bildungsstandards in der Sekundarstufe I ist zu berücksichtigen, dass die Standards für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss (ESA; früher Hauptschulabschluss) und den Mittleren Schulabschluss (MSA) klar voneinander abgegrenzt, aber eng aufeinander bezogen sind. Auf Basis der Ergebnisse der Bedarfsanalyse und unter Berücksichtigung der aktuellen fachdidaktischen Entwicklungen erarbeiten die fachdidaktischen Leitungen jeweils erste Entwürfe der weiterentwickelten Bildungsstandards. Diese Entwürfe werden von den Fachkommissionen geprüft, beraten und abgestimmt und anschließend Fach- und Lehrkräfteverbänden in einem Fachgespräch vorgelegt. Abschließend werden sie in den Gremien der KMK beraten und mit einem

Plenumsbeschluss der Ministerinnen und Minister verbindlich für alle Länder in Kraft gesetzt.

Parallel zu diesem Prozess erarbeiten Aufgabenentwicklungsgruppen in jedem betroffenen Fach Lernaufgaben, anhand derer illustriert wird, wie Anforderungen der Bildungsstandards im Unterricht vermittelt werden können. Da bei der Weiterentwicklung der Bildungsstandards auch Anforderungen aufgegriffen werden, die sich aus der KMK-Strategie „Bildung in der Digitalen Welt“ (siehe <https://www.kmk.org/aktuelles/artikelansicht/strategie-bildung-in-der-digitalen-welt.html>) ergeben, werden in Ergänzung zu den bisherigen klassischen Aufgaben auch innovative Aufgabenformate entwickelt, die einen höheren Interaktionsgrad der Lernenden erfordern und unter Nutzung digitaler Hilfsmittel (z.B. dynamische Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Apps) bearbeitet werden. Im Rahmen der Aufgabenentwicklung findet ein enger Austausch zwischen den Aufgabenentwicklungsgruppen und dem Projekt zur Entwicklung eines technologiebasierten Assessments (TBA) im IQB statt, in dessen Rahmen die Testinstrumente des IQB aktuell auf ein computerbasiertes Format umgestellt werden. Um die Lernaufgaben zukünftig flexibel erweitern und anpassen zu können, werden sie anders als bisher nicht mehr gemeinsam mit den Bildungsstandards in gedruckter Form veröffentlicht, sondern auf der Webseite der Kultusministerkonferenz und des IQB bereitgestellt.

Die Ergebnisse des Projekts werden nach Entscheidungen in den zuständigen KMK-Gremien die Grundlage für die Implementierung der Bildungsstandards in den Ländern bilden. Dort werden unter anderem die landeseigenen Curricula (Lehrpläne) den neuen Standards ggf. angepasst sowie entsprechende Informationen und Fortbildungsmaßnahmen für Lehrkräfte bereitgestellt werden. Die Standards bilden ferner die Basis für die Überarbeitung der Kompetenzstufenmodelle des IQB und die darauf basierenden Testaufgaben für die Vergleichsarbeiten (VERA) und den IQB-Bildungstrend. Nach derzeitiger Planung sollen die IQB-Bildungstrends ab dem Jahr 2027 (Beginn des 4. Erhebungszyklus) auf Grundlage weiterentwickelter Bildungsstandards im computerbasierten Format durchgeführt werden. Insofern werden in dem Projekt zentrale Voraussetzungen für die künftige Gestaltung

normativer und empirischer Grundlagen unterrichtsbezogener Qualitätsentwicklung geschaffen.

Fachliche Weiterentwicklung

Die weiterentwickelten Bildungsstandards im Fach Mathematik orientieren sich am aktuellen Stand der fachdidaktischen Diskussion und setzen innovative Impulse. Leitgedanke für die Überarbeitung war, dass die Bildungsstandards die gegenwärtigen fachdidaktischen Entwicklungen aufgreifen und die Kohärenz zwischen Primarbereich und Sekundarstufe I erhöhen sowie zugleich so viel Kontinuität wie möglich gewährleisten. Insbesondere sind weiterhin abschlussbezogene Regelstandards in Form von Könnensbeschreibungen im Sinne der Kompetenzorientierung erstellt worden. Außerdem berücksichtigen die weiterentwickelten Bildungsstandards Entwicklungen im Bereich der digitalen Bildung.

Stufenübergreifende Aspekte

Die Überarbeitung der Bildungsstandards im Fach Mathematik wurde genutzt, um die Beschreibungen der inhaltsbezogenen Kompetenzen und der prozessbezogenen Kompetenzen in den Bildungsstandards für den Primarbereich, den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss konsistent aufeinander zu beziehen. Auf der Ebene der inhaltsbezogenen Kompetenzen wurden die Leitideen (s. Tab. 1) der einzelnen Schulstufen so abgestimmt, dass die spiralförmige Umsetzung des Curriculums über die Schulstufen hinweg deutlich wird. An den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife konnten zu diesem Zeitpunkt keine Änderungen vorgenommen werden.

Primarbereich	Sekundarstufe I	Allgemeine Hochschulreife
<i>Zahl und Operation</i>	<i>Zahl und Operation</i>	<i>Algorithmus und Zahl</i>
<i>Größen und Messen</i>	<i>Größen und Messen</i>	<i>Messen</i>
<i>Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang</i>	<i>Strukturen und funktionaler Zusammenhang</i>	<i>Funktionaler Zusammenhang</i>
<i>Raum und Form</i>	<i>Raum und Form</i>	<i>Raum und Form</i>
<i>Daten und Zufall</i>	<i>Daten und Zufall</i>	<i>Daten und Zufall</i>

Tab. 1: Leitideen

Außerdem wurden die Formulierungen für die prozessbezogenen Kompetenzen einheitlich gestaltet, damit keine Fehlinterpretationen dahingehend getroffen werden,

dass im Primarbereich unter den jeweiligen prozessbezogenen Kompetenzen etwas grundsätzlich anderes verstanden wird als in der Sekundarstufe (s. Tab. 2).

Primarbereich	Sekundarstufe I	Allgemeine Hochschulreife
<i>Mathematisch argumentieren</i>	<i>Mathematisch argumentieren</i>	<i>Mathematisch argumentieren</i>
<i>Mathematisch kommunizieren</i>	<i>Mathematisch kommunizieren</i>	<i>Mathematisch kommunizieren</i>
<i>Probleme mathematisch lösen</i>	<i>Probleme mathematisch lösen</i>	<i>Probleme mathematisch lösen</i>
<i>Mathematisch modellieren</i>	<i>Mathematisch modellieren</i>	<i>Mathematisch modellieren</i>
Mathematisch darstellen	Mathematisch darstellen	Mathematische Darstellungen verwenden
Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten	Mit mathematischen Objekten umgehen	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
	Mit Medien mathematisch arbeiten	

Tab. 2: Prozessbezogene Kompetenzen

Für die stufenübergreifende Anpassung wurde die bisherige Reihenfolge der Leitideen und der prozessbezogenen Kompetenzen im Primarbereich und in der Sekundarstufe I verändert, um sie zu vereinheitlichen. Gleichzeitig wurde explizit in den jeweiligen Präambeln der stufenbezogenen Bildungsstandards betont, dass die Reihenfolge sowohl der Leitideen als auch der prozessbezogenen Kompetenzen keine Stufung oder Rangfolge nach Wichtigkeit darstellt, sondern alle Bereiche auf gleicher Bedeutungsebene zu sehen sind.

Es folgen nun Erläuterungen zu wesentlichen Änderungen und Akzentuierungen in den Bildungsstandards getrennt nach Primar- und Sekundarbereich.

Primarbereich

Für die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich können grundsätzlich neben der stufenübergreifenden Kohärenz drei weitere Schwerpunkte der Weiterentwicklung unterschieden werden, auf die im Folgenden näher eingegangen wird. Auch wenn im Folgenden die Änderungen dargestellt werden, so ist doch eine große Kontinuität zu den bisherigen Bildungsstandards zu konstatieren:

Die grundsätzliche Strukturierung in prozessbezogene Kompetenzen und in inhaltsbezogene Kompetenzen, gegliedert nach den fünf Leitideen, wurde ebenso beibehalten wie die Unterscheidung der drei Anforderungsbereiche. Inhaltliche Kontinuität zeigt sich im Detail in vielen Kompetenzbeschreibungen. Einzelne Veränderungen dienen hier vor allem einer Präzisierung und Klärung.

Strukturelle Änderungen und Akzentuierungen

Eine grundsätzliche Änderung betrifft die Umbenennung der Allgemeinen Kompetenzen in Prozessbezogene Kompetenzen. Diese Umformulierung passt sich an die Bezeichnung an, die sich sowohl in der Fachdidaktik etabliert hat als auch in vielen Lehrplänen und Curricula einzelner Bundesländer verwendet wird. Damit wird für mehr begriffliche Sicherheit und Klarheit im Verständnis der prozessbezogenen Kompetenzen für die Lehrkräfte gesorgt.

Des Weiteren wurden im Primarbereich die prozessbezogenen Kompetenzen um die Kompetenz „mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten“ erweitert. Diese Kompetenz umfasst den im Primarbereich bedeutungsvollen, fachlich sicheren, auf Regel- und Faktenwissen zielgerichtet und effizient zurückgreifenden sowie fachsprachlich angemessenen Umgang mit den im Mathematikunterricht der Primarstufe relevanten mathematischen Objekten sowie den adäquaten Einsatz mathematischer Werkzeuge. Unter „mathematische Werkzeuge“ werden sowohl digitale als auch analoge Werkzeuge verstanden.

Eine strukturelle Akzentuierung betrifft die Leitidee „Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang“. Diese nimmt eine besondere Rolle im Primarbereich ein, da sie den Wesenskern der Mathematik aufgreift und auf die fachlich fundierte Erkundung von mathematischen Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten zwischen Zahlen, Formen und Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften zielt. Den mathematischen Mustern, Strukturen und auch funktionalen Zusammenhängen kommt dadurch eine übergeordnete Bedeutung für die anderen vier Leitideen zu. In den überarbeiteten Bildungsstandards wird der mathematische Wesenskern nach wie vor als eine eigene Leitidee ausgewiesen, die explizit und kontinuierlich im Mathematikunterricht der Primarstufe zu thematisieren ist. Dadurch wird auch – wie

in der Zusammenschau der Leitideen der verschiedenen Schulstufen zu sehen (Tab. 1) – auf die propädeutische Bedeutung der Muster, Strukturen und funktionalen Zusammenhänge in Bezug auf z.B. das algebraische Lernen oder das funktionale Denken hingewiesen. Darüber hinaus wird die übergreifende Rolle von Mustern, Strukturen und funktionalen Zusammenhängen in den Bildungsstandards für den Primarbereich verdeutlicht, indem inhaltsbezogene Kompetenzen verschiedener Leitideen mit engem Bezug zu Muster, Strukturen und funktionalen Zusammenhängen farblich ausgewiesen werden. So wird zum Beispiel bei den inhaltsbezogenen Kompetenzen „Rechengesetze erkennen, erklären und nutzen“ in der Leitidee „Zahlen und Operationen“ oder „einfache kombinatorische Fragestellungen durch systematisches Vorgehen (z.B. systematisches Probieren) oder mit Hilfe von heuristischen Hilfsmitteln (z.B. Skizze, Baumdiagramm, Tabelle) lösen“ in der Leitidee „Daten und Zufall“ durch die Markierung darauf hingewiesen, dass hier das Erkennen und Diskutieren von Mustern und Strukturen eine wichtige Rolle einnimmt. So weisen die Bildungsstandards auf die herausgehobene Stellung dieser Leitidee für den Erwerb mathematischer Kompetenzen hin, indem sie einerseits als eigene Leitidee explizit betont wird, andererseits bei allen weiteren Leitideen akzentuiert und somit regelmäßig im Mittelpunkt der Auseinandersetzung mit den Inhalten steht.

Begriffliche Konsistenz und sprachliche Präzisierungen

Die einzelnen Kompetenzbeschreibungen wurden sprachlich geprüft und unter Berücksichtigung fachlicher Anschlussfähigkeit an verschiedenen Stellen präzisiert. Exemplarisch wird dies für inhaltliche Kompetenzen der Leitidee „Größen und Messen“ erläutert: Die Kompetenzen wurden ausdifferenziert, so dass neben dem Verfügen über Größenvorstellungen und dem Umgang mit Größen in Kontexten auch der Bereich „Größen messen und Maßangaben bestimmen“ explizit mit drei Kompetenzen betont wird, die das Messen und den Umgang mit Maßeinheiten betreffen. Das Grundprinzip des Messens findet sich nicht nur bei den Größenbereichen wieder, die im Unterricht der Primarstufe seit jeher thematisiert werden, sondern auch beim Auslegen von Flächen mit Einheitsquadraten oder von Körpern mit Einheitswürfeln. Diese Kompetenzen waren bisher der Leitidee „Raum

und Form“ zugeordnet. Für ein verständnisbasiertes, anschlussfähiges Weiterlernen wird der handelnde Umgang mit Einheitsflächen oder -würfeln der Leitidee „Größen und Messen“ zugeordnet, da so auch verschiedene Messhandlungen vertieft werden können. Hingegen gehören Flächen- oder Volumenberechnungen bzw. die entsprechenden Einheiten weiterhin nicht zu den Regelstandards im Primarbereich.

Ein zweites illustrierendes Beispiel für Überarbeitungen in Bezug auf begriffliche Konsistenz zur Sicherung anschlussfähigen Weiterlernens zeigt sich in der expliziten Thematisierung des Spiegels als geometrische Abbildung, durch die Betonung von Symmetrie als Eigenschaft von Figuren und den Verweis auf die Zusammenhänge zwischen Achsenspiegelung und Achsensymmetrie.

Sprachlich präzisiert wurden auch die Formulierung der Anforderungsbereiche, um eine bessere Trennschärfe zwischen den Anforderungsbereichen Reproduzieren (Anforderungsbereich I), Zusammenhänge herstellen (Anforderungsbereich II) sowie Verallgemeinern und Reflektieren (Anforderungsbereich III) zu erreichen. Zudem wurde angesichts der Heterogenität der Lerngruppen in der Primarstufe explizit darauf hingewiesen, dass die „Auseinandersetzung mit Aufgabenstellungen zu allen drei Anforderungsbereichen [...] für alle Kinder – unabhängig vom Leistungsvermögen – von zentraler Bedeutung (ist), um erfolgreich und nachhaltig inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen auf- und auszubauen.“

Digitale Bildung

In den Bildungsstandards für den Primarbereich erfolgte die Integration der digitalen Bildung unter besonderer Berücksichtigung der Grundschulspezifität. Dabei wurde explizit herausgestellt, dass fachliche Kompetenzen unter anderem auch digital gefördert werden können und sollen. Dies zeigt sich z.B. in der prozessbezogenen Kompetenz „mathematische Werkzeuge (z.B. Zeichenwerkzeuge, digitale Werkzeuge) sachgerecht einsetzen“ oder in der differenzierten Erläuterung inhaltsbezogener Kompetenzen wie z.B. „Modelle von Körpern und ebenen Figuren herstellen und untersuchen (z.B. bauen, legen, zerlegen, zusammenfügen, ausschneiden, falten), auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge“. Für das digitalisierungsbezogene Mathematiklernen in der Primarstufe ist es zugleich von

besonderer Bedeutung, dass wichtige Kompetenzen informatischer Grundbildung im Mathematikunterricht „unplugged“ erworben werden, das heißt ohne Nutzung digitaler Medien. Dazu zählen das strukturierte Zerlegen und Lösen sowie das konstruktive und kreative Modellieren von Problemen, das Verstehen und Anwenden von Algorithmen und von symbolischer und formaler Sprache sowie das Strukturieren und Darstellen von Informationen in unterschiedlichen Repräsentationen. Um Kindern im Grundschulalter eine aktive selbstbestimmte Teilhabe in der digitalen Welt zu ermöglichen, ist insbesondere das kritische Interpretieren von Informationen von großer Bedeutung. Prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen, die in dem hier geschilderten Sinne zu einer Orientierung in der durch Digitalisierung geprägten Welt und zu einer informatischen Grundbildung beitragen, sind explizit farblich ausgewiesen.

Sekundarstufe I

Auch die Weiterentwicklung der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss sowie für den Mittleren Schulabschluss verfolgt das Ziel eines besseren Anschlusses an die Bildungsstandards für den Primarbereich sowie an die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife. Ähnlich wie im Primarbereich lagen die Schwerpunkte der Weiterentwicklung im Bereich einer klareren Strukturierung und Akzentuierung, der sprachlichen Präzision und Konkretisierung sowie den Neuerungen mit Blick auf digitale Bildung. Auch wenn im Folgenden die Änderungen dargestellt werden, so ist doch eine große Kontinuität zu den bisherigen Bildungsstandards zu konstatieren. Die grundsätzliche Strukturierung in inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen wurde aufrechterhalten, die Leitideen zur Beschreibung der inhaltsbezogenen Kompetenzen wurden beibehalten und es werden weiterhin erwünschte Lernergebnisse von Schülerinnen und Schülern beschrieben, die in der Regel erreicht werden sollen.

Strukturelle Änderungen und Akzentuierungen

Das Kompetenzmodell der Bildungsstandards für den Bereich der Sekundarstufe I wurde in Anlehnung an das entsprechende Modell der Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife strukturell neu gefasst und erweitert (Abb. 1).

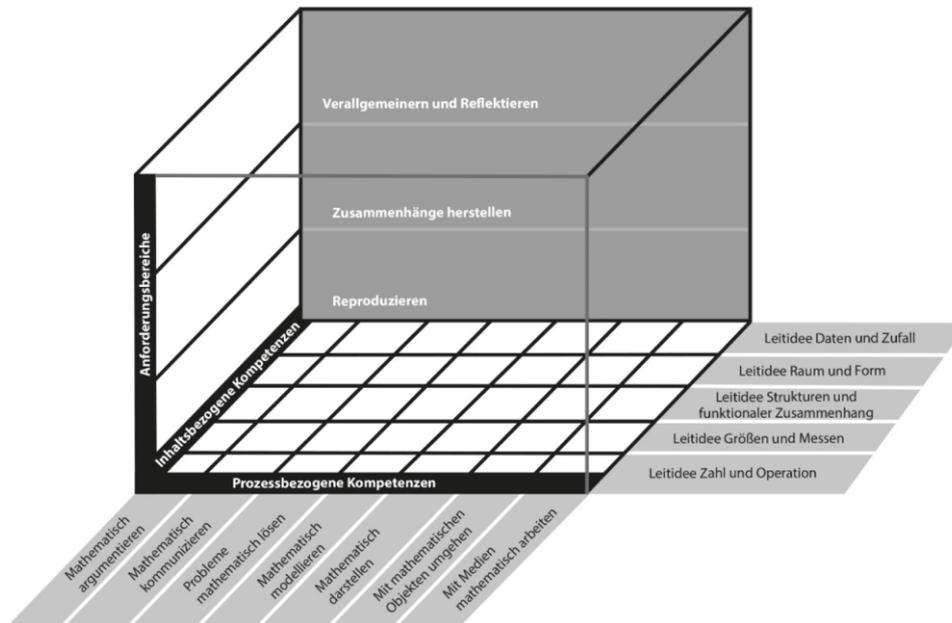


Abbildung 1: Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Ersten Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss

Die Anforderungsbereiche wurden in den bisherigen Bildungsstandards von 2003 im Kontext der Aufgabenbeispiele erläutert. Da die Aufgabenbeispiele aktuell in eine separate Online-Publikation ausgegliedert werden, um etwaige Aktualisierungen zu erleichtern, sind die Beschreibungen zu den drei Anforderungsbereichen nun in die prozessbezogenen Kompetenzen einbezogen. Sie sind nun als Zwischenüberschriften strukturgebend in die prozessbezogenen Kompetenzen integriert: Anforderungsbereich I Reproduzieren, Anforderungsbereich II Zusammenhänge herstellen, Anforderungsbereich III Verallgemeinern und Reflektieren. Dabei dienen die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife als Vorbild. Auf diese Weise kann eine präzisere Beschreibung der prozessbezogenen Kompetenzen in den verschiedenen Anforderungsbereichen erreicht werden.

Auch in Anlehnung an die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife ist nun zur besseren Erläuterung der prozessbezogenen Kompetenzen eine übergreifende Erklärung für die jeweiligen Kompetenzen aufgenommen worden. Hier

wird z.B. genauer verdeutlicht, was ein mathematisches Problem beinhaltet oder wie mathematisches Modellieren verstanden werden soll.

Die bisherige Kompetenz „Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“ hat im Gegensatz zu den anderen Kompetenzen zwei sehr unterschiedliche Bereiche additiv verknüpft, was sich auch in der Aufzählung der Adjektive widerspiegelte. Es ging einerseits um den Umgang mit den originär mathematischen, symbolisch-formalen Objekten und andererseits den technischen Elementen, den Medien. Diese beiden Bereiche wurden nun getrennt in einen neuen Kompetenzbereich „Mit Medien mathematisch arbeiten“ und die bisherige Kompetenz entsprechend umbenannt in „Mit mathematischen Objekten umgehen“.

Strukturell wurden darüber hinaus die Standards für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss in ein Dokument integriert, so dass Unterschiede und Gemeinsamkeiten in Bezug auf die beiden Abschlüsse auf Detailebene transparent sind. Hier gibt es im Prinzip die Möglichkeit, dass bestimmte inhaltsbezogene Kompetenzen für beide Abschlüsse gleich sind, dass sie sich in einigen Punkten unterscheiden oder dass sie nur für den Mittleren Schulabschluss formuliert sind. Zum Beispiel ist die Beschreibung „rechnen mit natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen, die im täglichen Leben vorkommen, sowohl zur Kontrolle als auch im Kopf ...“ für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss und für den Mittleren Schulabschluss gleich. Unterschiedliche Beschreibungen gibt es beispielsweise bei den Zahlbereichserweiterungen. Hier ist die Beschreibung der Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen von \mathbb{Q} nach \mathbb{R} nur für den Mittleren Schulabschluss vorgesehen. Eine Kompetenzbeschreibung für den Mittleren Schulabschluss, zu der es keine Entsprechung für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss gibt, ist beispielsweise das Nutzen sinntragender Vorstellungen von reellen Zahlen.

Begriffliche Konsistenz und sprachliche Präzisierungen

Ein wichtiges Desiderat, das die Bedarfsanalyse zur Überarbeitung der Bildungsstandards festgestellt hat, war die Konkretisierung der in den Bildungsstandards beschriebenen inhaltlichen Kompetenzen. Daher wurden nun

Beispiele eingefügt, die die Kompetenzbeschreibungen verdeutlichen sollen. So hieß es etwa in den Bildungsstandards 2003 für den Mittleren Schulabschluss: „Die Schülerinnen und Schüler ... analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes“. In den aktuellen Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss steht nun konkreter: „analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene (insbesondere Winkel, Dreiecke, Vierecke) und des Raumes (insbesondere Prismen, Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel)“. Ebenso wurden bei den funktionalen Zusammenhängen die Aussagen klarer gefasst, z.B. wurde jetzt konkreter beschrieben: „verwenden die Sinusfunktion in der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ zur Beschreibung periodischer Vorgänge mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge“. Auf diese Weise soll verdeutlicht werden, wie intensiv die Beschäftigung mit Sinusfunktionen konkret erfolgen soll. Auch die Aussagen zu Zufallserscheinungen und Zufallsexperimenten sind nun wesentlich detaillierter.

Neben diesen Präzisierungen ging es auch um sprachliche Klärung und Konkretisierung von aufzubauenden Vorstellungen, die für das Verstehen von Mathematik relevant sind. So werden z.B. verschiedene Grundvorstellungen von Variablen unter der Leitidee „Strukturen und funktionaler Zusammenhang“ aufgeführt („Variablen je nach Kontext als feste Zahl, als eine beliebige Zahl aus einem Zahlbereich und als Veränderliche in einem bestimmten Bereich“). Auch wird bei spezifischen mathematischen Inhalten eine bewusste Einschränkung konkretisiert, um ein zu weitgehendes formales Konzipieren eines Begriffes zu vermeiden. So geht es bei bedingter Wahrscheinlichkeit nur um Visualisierungen bei einfachen, alltagsnahen Modellierungen, um lediglich die Idee dieses mathematischen Konzeptes zu erfassen.

Digitale Bildung

Durch den neuen prozessbezogenen Kompetenzbereich „Mit Medien mathematisch arbeiten“ wird die digitale Bildung deutlich stärker verankert und die wichtige Rolle der Mathematik dabei betont. Das Spektrum dieser neuen Kompetenz reicht von der Nutzung analoger Medien, der kritischen Prüfung von Informationen der digitalen Welt unter mathematischen Gesichtspunkten, der Verwendung digitaler

Mathematikwerkzeuge (z.B. Tabellenkalkulation, Geometriesoftware, Computeralgebrasystem, Stochastiktool) und Lernumgebungen über die Erstellung und Gestaltung allgemeiner Medien wie Videos und Präsentationen bis hin zur bewussten Verwendung, Entwicklung und Reflexion von Algorithmen mit Hilfe digitaler Medien.

Insgesamt sind die Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich, den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss nun detaillierter und kohärenter, insbesondere die Kompetenzen zur Integration digitaler Medien konkreter.

Bereiche und Formen der Implementation

Die weiterentwickelten Bildungsstandards entfalten mit Veröffentlichung ihre Gültigkeit. Sie sind dann implementiert, wenn sie Eingang in die alltägliche Praxis der Schulen gefunden und die Schülerinnen und Schüler über die entsprechenden Kompetenzen verfügen. Hierzu tragen nach Maßgabe der Selbstverpflichtung verschiedene Maßnahmen unterschiedlicher Akteure auf mehreren Ebenen bei. Zur Zielerreichung sind mit Veröffentlichung der neuen Bildungsstandards in erster Linie die Bildungsadministration und die Lehrkräfte sowie die Herausgeber von Lern- und Lehrmitteln gefordert.

Da es sich um eine Fortsetzung kompetenzorientierter Standards handelt und die damit seit Anfang der 2000er Jahre erfolgte Unterrichtsentwicklung von der Input- zur Outputsteuerung erfolgt und etabliert ist, kann sich der Fokus der Implementation auf die fachlichen Kerne und hier insbesondere auf die Neuerungen und Ergänzungen in den weiterentwickelten Bildungsstandards richten. Ein Vergleich der neuen mit den alten Bildungsstandards mag erkenntnisreich sein (s. auch Anhang).

Der Bildungsadministration in den jeweiligen Ländern obliegt nach Veröffentlichung der neuen Standards, die ländereigenen Vorgaben hauptsächlich in Form von Lehr- und Bildungsplänen zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen. Es handelt sich um einen mehrjährigen dezentralen Prozess, der in den Ländern zu unterschiedlichen Zeitpunkten begonnen, gehandhabt und abgeschlossen sein wird. Das in der KMK beschlossene Bildungsmonitoring beeinflusst die Verfahren in den Ländern insofern, als die Termine für Vergleichsarbeiten (VERA) und IQB-Bildungstrends bereits feststehen. Länderseitige Übergangsregelungen bis zur Fertigstellung überarbeiteter Lehr- und Bildungspläne können zur Sicherstellung der Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler getroffen werden.

Mit einer Berücksichtigung bzw. Überführung der weiterentwickelten Bildungsstandards in novellierte ländereigene Lehr- und Bildungspläne sind die Ziele der Veröffentlichung von Bildungsstandards – bundeseinheitliche Standardsetzung und Standardüberprüfung – erfüllt.

Neben den curricularen Weiterentwicklungen in den Ländern gehören Fort- und Weiterbildungsangebote für Lehrkräfte mit den Fächern der Bildungsstandards, aber auch die beiden Phasen zur Lehramtsausbildung an Universität bzw. Hochschule und im Vorbereitungsdienst zu den Trägern und Vermittlungsinstanzen der neuen Standardsetzung. Die theoretische und praktische Auseinandersetzung mit den weiterentwickelten Bildungsstandards stehen hier gleichrangig nebeneinander. Die Lehrkräfte sind die Hauptakteure des Implementationsprozesses an den Schulen. Die weiterentwickelten Bildungsstandards und die damit einhergehende fachliche Auseinandersetzung in den entsprechenden Schulgremien tragen auch zu einer Qualitätsüberprüfung bzw. Qualitätsentwicklung fachlicher Lernprozesse bei, die dem Erwerb von Kompetenzen dienen. Den Bildungsstandards kommt überdies eine Art Überprüfungsfunktion zu, indem sie als Regelstandards als Referenzgrößen für länderübergreifendes Bildungsmonitoring fungieren. Dadurch wird die Möglichkeit geboten, zu überprüfen, in welchem Maße die in den Bildungsstandards ausgewiesenen Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern erreicht werden. Die Auswertung dieser Testergebnisse kann für folgende Lerngruppen nutzbar gemacht werden.

Wie die Lehr- und Bildungspläne in den Ländern überprüft und unter Einbezug der neuen Bildungsstandards novelliert werden müssen, so ist dies auch für die daran ausgerichteten Lehr- und Lernmitteln vorzusehen. Die in dieser Broschüre dargestellten fachlichen Neuerungen und Kontinuitäten bieten eine Fokussierung auf mögliche Anpassungsbedarfe in bisherigen Lernmitteln und ermöglichen Handlungsbedarfe gezielt abzuleiten.

Einen Fokus auf die weiterentwickelten Standards legen auch die sogenannten illustrierenden Lernaufgaben. Insbesondere zu neugefassten und neuen Bestandteilen der Bildungsstandards liegen exemplarische Lernaufgaben vor und können über die Seiten der Kultusministerkonferenz und des IQB abgerufen werden. Die Lernaufgaben erfüllen dabei nicht die Aufgabe, als unmittelbares, quasi kopierfertiges Material in einem Unterrichtsvorhaben eingesetzt werden zu können. Sie adressieren in der Regel die Lehrkräfte und illustrieren, wie ausgewählte Standards in Form von Lernsettings und Anforderungssituationen eingebunden werden können. In manchen Fällen tragen die illustrierenden Lernaufgaben auch

dazu bei, die Zielrichtung hinter den Formulierungen in den Bildungsstandards deutlicher zu erkennen oder ein Verständnis dafür herzustellen. In einer zu jeder Lernaufgabe gehörenden Einleitung werden Konzeption, Ziel und didaktisch-methodischer Zugang der Lernaufgabe erläuternd dargestellt.

Überprüfung der Bildungsstandards

Die Bildungsstandards bilden gewissermaßen die fachlichen Elemente in der Gesamtstrategie der Kultusministerkonferenz zum Bildungsmonitoring in Deutschland. Für die Fächer Deutsch und Mathematik im Primarbereich und der Sekundarstufe I, für die Fächer Englisch und Französisch sowie für die Naturwissenschaften Biologie, Chemie und Physik in der Sekundarstufe I liegen fachwissenschaftlich wie fachdidaktisch begründete und für den Bildungsprozess der Schülerinnen und Schüler bedeutsame Könnens- und Wissensziele vor. Sie sind obligatorisch für alle Schülerinnen und Schüler und sollen zu bestimmten Abschnitten in der Schullaufbahn erreicht werden. Mittels regelmäßiger Testung ausgewählter Bildungsstandards wird überprüft, inwieweit die Vergleichbarkeit der länderseitig verantworteten schulischen Bildung und die daraus erwachsende Durchlässigkeit des deutschen Bildungssystems gewährleistet ist. Nicht alle Länder nehmen an den Vergleichsarbeiten teil. Auch werden die Vergleichsarbeiten in den Ländern teilweise anders benannt.

Für das Bildungsmonitoring (Vergleichsarbeiten und IQB-Bildungstrend) werden die Bildungsstandards in Form von Testaufgaben operationalisiert. Hierbei werden die in den Bildungsstandards formulierten Regelstandards in insgesamt fünf Kompetenzstufen – der in den Bildungsstandards abgebildete Regelstandard entspricht Kompetenzstufe 3 – differenziert. Der Testung beim IQB-Bildungstrend liegt der folgende Rhythmus zugrunde: Alle fünf Jahre werden Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik im Primarbereich in Jahrgangsstufe 4, alle sechs Jahre in den sprachlichen Fächern sowie den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern in der Sekundarstufe I in Jahrgangsstufe 9 überprüft.

Die Testergebnisse bilden die Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler im Sinne der Bildungsstandards – nicht der jeweiligen landeseigenen Lehr- und

Bildungspläne – ab. Es wird anhand einer für Deutschland wie für die Länder repräsentativen Stichprobe erkennbar, welcher Anteil von Schülerinnen und Schülern bestimmte Anforderungen bereits mit hoher Sicherheit erfüllt bzw. noch nicht erfüllt und Mindeststandards verfehlt.

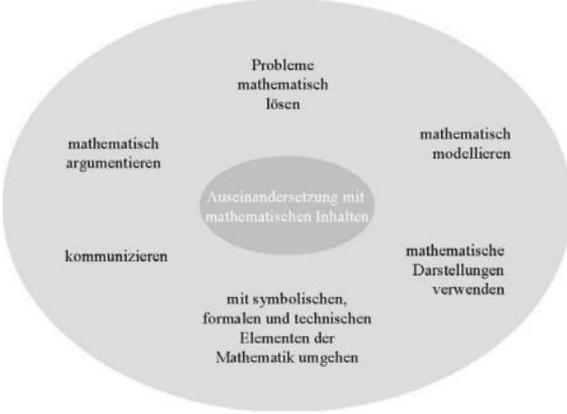
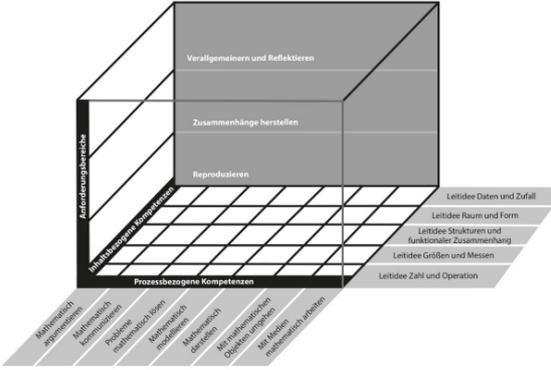
Anhang

Im Folgenden werden die Bildungsstandards in ihren jeweiligen Gliederungsabschnitten nach „alt“ und „neu“ jeweils für den Primarbereich und die Sekundarstufe I in Teilen gegenübergestellt. Eine Gegenüberstellung der jeweiligen Einzelstandards konnte nicht abgebildet werden.

Bildungsstandards Mathematik Primarbereich 2004	Bildungsstandards Mathematik Primarbereich 2022
<p>Der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung (Auszug)</p> <p>Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die frühen mathematischen Alltagserfahrungen der Kinder auf, vertieft und erweitert sie und entwickelt aus ihnen grundlegende mathematische Kompetenzen. (...) Das Mathematiklernen in der Grundschule darf nicht auf die Aneignung von Kenntnissen und Fertigkeiten reduziert werden. Das Ziel ist die Entwicklung eines gesicherten Verständnisses mathematischer Inhalte. (...) Deren Entwicklung hängt nicht nur davon ab, welche Inhalte unterrichtet wurden, sondern in mindestens gleichem Maße davon, wie sie unterrichtet wurden, d.h. in welchem Maße den Kindern Gelegenheit gegeben wurde, selbst Probleme zu lösen, über Mathematik zu kommunizieren usw.</p> <div data-bbox="209 1346 751 1592" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center; font-weight: bold;">Mathematikunterricht in der Grundschule</p> <p style="text-align: center; font-weight: bold;">Allgemeine mathematische Kompetenzen</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>Argumentieren</p> <p>Darstellen von Mathematik</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Problemlösen</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen</p> </div> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Kommunizieren</p> <p>Modellieren</p> </div> </div> </div>	<p>Der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung (Auszug)</p> <p>Mathematikunterricht trägt zur Bildung der Schülerinnen und Schüler bei, indem er ihnen insbesondere folgende Grunderfahrungen ermöglicht, die miteinander in engem Zusammenhang stehen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mathematik als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrzunehmen und zu verstehen, - Mathematik als geistige Schöpfung und auch deduktiv geordnete Welt eigener Art, - Mathematik als Mittel zum Erwerb von auch über die Mathematik hinausgehenden, insbesondere heuristischen Fähigkeiten. <p>Der Mathematikunterricht des Primarbereichs greift die frühen mathematischen Erfahrungen der Kinder auf, vertieft, systematisiert und erweitert sie und entwickelt aus ihnen grundlegende mathematische Kompetenzen. (...) Das Ziel des Mathematiklernens im Primarbereich ist die Entwicklung eines gesicherten Verständnisses mathematischer Inhalte und umfasst wesentlich mehr als die Aneignung von Kenntnissen und Fertigkeiten. (...) Deren Entwicklung hängt nicht nur davon ab, welche Inhalte unterrichtet werden, sondern in mindestens gleichem Maße davon, wie sie unterrichtet werden und inwiefern sich der Mathematikunterricht an den Lernergebnissen und Lernprozessen der Schülerinnen und Schüler orientiert. (...) Die zentralen fachlichen Zielsetzungen des Mathematikunterrichts beinhalten auch Kompetenzen, die für eine aktive, selbstbestimmte Teilhabe der Schülerinnen und Schüler in der digitalen Welt erforderlich sind. Dadurch leistet das Fach Mathematik einen wichtigen Beitrag bei der Vermittlung von Kenntnissen sowie der Entwicklung von Fertigkeiten und Fähigkeiten für die Orientierung in der durch Digitalisierung geprägten Gesellschaft.</p>

Bildungsstandards Mathematik Primarbereich 2004	Bildungsstandards Mathematik Primarbereich 2022
Allgemeine mathematische Kompetenzen <ul style="list-style-type: none"> - Problemlösen - Kommunizieren - Argumentieren - Modellieren - Darstellen 	Prozessbezogene Kompetenzen <ul style="list-style-type: none"> - Mathematisch argumentieren - Mathematisch kommunizieren - Probleme mathematisch lösen - Mathematisch modellieren - Mathematisch darstellen - Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten
Standards für inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen <ul style="list-style-type: none"> - Zahlen und Operationen Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen Rechenoperationen verstehen und beherrschen In Kontexten rechnen - Raum und Form Sich im Raum orientieren Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen - Muster und Strukturen Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen - Größen und Messen Größenvorstellungen besitzen 	Inhaltsbezogene Kompetenzen <ul style="list-style-type: none"> - Leitidee Zahl und Operation Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen Rechenoperationen verstehen und beherrschen Rechenoperationen in Kontexten anwenden - Leitidee Größen und Messen Über Größenvorstellungen verfügen Größen messen und Maßangaben bestimmen Mit Größen in Kontexten umgehen - Leitidee Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen - Leitidee Raum und Form Über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen

Bildungsstandards Mathematik Primarbereich 2004	Bildungsstandards Mathematik Primarbereich 2022
<p>Mit Größen in Sachsituationen umgehen</p> <p>- Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit Daten erfassen und darstellen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen</p>	<p>Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen Geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen</p> <p>- Leitidee Daten und Zufall Mit Daten umgehen Ereignisse bei Zufallsexperimenten untersuchen</p>
<p>Anforderungsbereiche</p> <p>Anforderungsbereich „Reproduzieren“ Das Lösen der Aufgabe erfordert Grundwissen und das Ausführen von Routinefähigkeiten.</p> <p>Anforderungsbereich „Zusammenhänge herstellen“ Das Lösen der Aufgabe erfordert das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen.</p> <p>Anforderungsbereich „Verallgemeinern und Reflektieren“ Das Lösen der Aufgabe erfordert komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern.</p>	<p>Anforderungsbereiche</p> <p>Anforderungsbereich I: Reproduzieren Wiedergabe von Grundwissen, Ausführen von Routinefähigkeiten und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen und Verfahren</p> <p>Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen Erkennen mathematischer Zusammenhänge und Verknüpfen von Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung mathematischer Aufgabenstellungen</p> <p>Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren Übertragen von Erkenntnissen auf unbekannte Fragestellungen sowie Entwickeln und Reflektieren von Strategien, Begründungen und Folgerungen</p>

Bildungsstandards Mathematik SI MSA 2003	Bildungsstandards Mathematik SI MSA 2022
<p>Der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung (Auszug) Grunderfahrungen</p> <ul style="list-style-type: none"> - technische, natürliche, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mit Hilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen und unter Nutzung mathematischer Gesichtspunkte beurteilen, - Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln in der Bedeutung für die Beschreibung und Bearbeitung von Aufgaben und Problemen inner- und außerhalb der Mathematik kennen und begreifen, - In der Bearbeitung von Fragen und Problemen mit mathematischen Mitteln allgemeine Problemlösefähigkeiten erwerben. <p>Allgemeine mathematische Kompetenzen im Fach Mathematik</p> <ul style="list-style-type: none"> - mathematisch argumentieren - Probleme mathematisch lösen - Mathematisch modellieren - Mathematische Darstellungen verwenden - Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen - Kommunizieren <p>Mathematische Leitideen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Zahl - Messen - Raum und Form - Funktionaler Zusammenhang - Daten und Zufall  <p>Anforderungsbereiche Anforderungsbereich I: Reproduzieren</p>	<p>Der Beitrag des Faches Mathematik zu Bildung (Auszug) Grunderfahrungen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mathematik als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrzunehmen und zu verstehen, - Mathematik als geistige Schöpfung und auch deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen, - Mathematik als Mittel zum Erwerb von auch über die Mathematik hinausgehenden, insbesondere heuristischen Fähigkeiten, zu erfahren. <p>Prozessbezogene Kompetenzen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mathematisch argumentieren - Mathematisch kommunizieren - Probleme mathematisch lösen - Mathematisch modellieren - Mathematisch darstellen - Mit mathematischen Objekten umgehen - Mit Medien mathematisch arbeiten <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Leitidee Zahl und Operation - Leitidee Größen und Messen - Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang - Leitidee Raum und Form - Leitidee Daten und Zufall  <p>Anforderungsbereiche Anforderungsbereich I: Reproduzieren</p>

Bildungsstandards Mathematik SI MSA 2003	Bildungsstandards Mathematik SI MSA 2022
<p>Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.</p> <p>Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.</p> <p>Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u.a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.</p>	<p>Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.</p> <p>Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbstständige Auswählen, Anordnen, Darstellen und Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.</p> <p>Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbstständige Auswählen geeigneter Arbeitstechniken und Verfahren sowie das Bearbeiten komplexer oder unbekannter Sachverhalte u.a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.</p>

Ausdifferenzierung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen nach Anforderungsbereichen	Ausdifferenzierung der prozessbezogenen Kompetenzen nach Anforderungsbereichen
<p>Mathematisch argumentieren AFB I</p> <ul style="list-style-type: none"> - Routineargumentationen wiedergeben (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze, die aus dem Unterricht vertraut sind) <p>AFB II</p> <ul style="list-style-type: none"> - überschaubare mehrschrittige Argumentationen erläutern oder entwickeln - Lösungswege beschreiben und begründen <p>AFB III</p> <ul style="list-style-type: none"> - komplexe Argumentationen erläutern oder entwickeln - verschiedene Argumentationen bewerten 	<p>Mathematisch argumentieren AFB I, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - geben vertraute Argumentationen wieder (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze), - formulieren typische Fragen, die auf Argumentationen zielen („Wie verändert sich ...?“, „Ist das immer so ...?“) - begründen angemessen auf Basis von Alltagswissen <p>AFB II, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - entwickeln und erläutern überschaubare mehrschrittige Argumentationen, - erläutern Lösungswege und prüfen sie u.a. auf Konsistenz, - bewerten Ergebnisse und Aussagen auch bzgl. ihres Anwendungskontextes, - erläutern mathematische Zusammenhänge, Ordnungen und logische Strukturen <p>AFB III, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - entwickeln und erläutern komplexe Argumentationen,

<p>Kommunizieren</p> <p>AFB I</p> <ul style="list-style-type: none"> - einfache mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich ausdrücken, - aus kurzen, einfachen mathematikhaltigen Texten, Graphiken und Abbildungen Informationen entnehmen - auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen reagieren <p>AFB II</p> <ul style="list-style-type: none"> - Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse verständlich darstellen, - komplexe mathematikhaltige Texte, Graphiken und Abbildungen sinnentnehmend erfassen, - die Fachsprache adressatengerecht verwenden - auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten eingehen, mit Fehlern konstruktiv umgehen <p>AFB III</p> <ul style="list-style-type: none"> - komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich präsentieren, - komplexe mathematische Texte sinnentnehmend erfassen - Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten bewerten <p>Probleme mathematisch lösen</p> <p>AFB I</p> <ul style="list-style-type: none"> - Routineaufgaben lösen („sich zu helfen wissen“) - einfache Probleme mit bekannten – auch experimentellen – Verfahren lösen <p>AFB II</p>	<ul style="list-style-type: none"> - bewerten verschiedene Argumentationen (z.B. in Texten und Darstellungen aus digitalen Medien), - stellen selbstständig Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und äußern begründet Vermutungen. <p>Mathematisch kommunizieren</p> <p>AFB I, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - formulieren einfache mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe mündlich und schriftlich, - entnehmen Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Texten und Abbildungen, - reagieren sach- und adressatengerecht auf Fragen und Kritik zu eigenen Lösungen <p>AFB II, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - stellen Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse und Verfahren verständlich dar, - erfassen, interpretieren und deuten komplexere mathematikhaltige Texte und Abbildungen sinnentnehmend und strukturieren Informationen, - verwenden die mathematische Fachsprache situationsangemessen und erklären ihre Bedeutung, - gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein (z.B. konstruktiver Umgang mit Fehlern, Weiterführen mathematischer Ideen) <p>AFB III, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - präsentieren sachgerecht komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich, - interpretieren und beurteilen komplexe mathematische Texte sinnentnehmend, - vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen. <p>Probleme mathematisch lösen</p> <p>AFB I, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - geben Heuristiken an (z.B. Skizze erstellen, systematisch probieren), - lösen einfache Probleme mit bekannten Heuristiken (z.B. systematisches Probieren) <p>AFB II, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - formulieren Problemstellungen,
--	--

<ul style="list-style-type: none"> - Probleme bearbeiten, deren Lösung die Anwendung von heuristischen Hilfsmitteln, Strategien und Prinzipien erfordert, - Probleme selbst formulieren, - die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen <p>AFB III</p> <ul style="list-style-type: none"> - anspruchsvolle Probleme bearbeiten - das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren. <p>Mathematisch modellieren</p> <p>AFB I</p> <ul style="list-style-type: none"> - vertraute und direkt erkennbare Modelle nutzen, - einfachen Erscheinungen aus der Erfahrungswelt mathematische Objekte zuordnen, - Resultate am Kontext prüfen, <p>AFB II</p> <ul style="list-style-type: none"> - Modellierungen, die mehrere Schritte erfordern, vornehmen, - Ergebnisse einer Modellierung interpretieren und an der Ausgangssituation prüfen, - einem mathematischen Modell passende Situationen zuordnen, <p>AFB III</p> <ul style="list-style-type: none"> - komplexe oder unvertraute Situationen modellieren, - verwendete mathematische Modelle (wie Formeln, Gleichungen, Darstellungen von Zuordnungen, Zeichnungen, strukturierte Darstellungen, Ablaufpläne) reflektieren und kritisch beurteilen. <p>Mathematische Darstellungen verwenden</p> <p>AFB I</p> <ul style="list-style-type: none"> - vertraute und geübte Darstellungen von mathematische Objekten und Situationen anfertigen oder nutzen, <p>AFB II</p> <ul style="list-style-type: none"> - Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen und 	<ul style="list-style-type: none"> - wählen geeignete Heuristiken zur Lösung entsprechender Probleme aus, - überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen <p>AFB III, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - lösen anspruchsvolle, komplexe oder offen formulierte Probleme, - reflektieren das Finden von Lösungsideen, vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege. <p>Mathematisch modellieren</p> <p>AFB I, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - ordnen einfachen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu, - nutzen bekannte und direkt erkennbare Modelle (z.B. Proportionalität bzw. Dreisatz), - prüfen die Passung der Resultate zur Aufgabenstellung <p>AFB II, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - wählen ein geeignetes mathematisches Modell aus, - nehmen Mathematisierungen vor, die mehrere Schritte erfordern, - interpretieren Ergebnisse einer Modellierung, - prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation, - ordnen einem mathematischen Modell passende Situationen zu, <p>AFB III, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln ggf. eigene Modelle, - reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, z.B. in Bezug auf die Realsituation, - entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte. <p>Mathematisch darstellen</p> <p>AFB I, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - nutzen und erzeugen vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen, - interpretieren vertraute Darstellungen, <p>AFB II, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - wählen eine Darstellung passend zur Problemstellung aus, - wechseln sachgerecht zwischen mathematische Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind,
--	--

<p>zwischen den Darstellungsformen wechseln,</p> <p>AFB III</p> <ul style="list-style-type: none"> - eigene Darstellungen entwickeln, - verschiedene Formen der Darstellung zweckentsprechend beurteilen, - nicht vertraute Darstellungen lesen und ihre Aussagekraft beurteilen. <p>Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen</p> <p>AFB I</p> <ul style="list-style-type: none"> - Routineverfahren verwenden, - mit vertrauten Formeln und Symbolen umgehen, - mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) in Situationen nutzen, in denen ihr Einsatz geübt wurde, <p>AFB II</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen, - symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt, - mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Tabellen und Diagrammen arbeiten, - mathematische Werkzeuge verständlich auswählen und einsetzen, <p>AFB III</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz bewerten, - Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematischer Werkzeuge reflektieren. 	<ul style="list-style-type: none"> - übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, <p>AFB III, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - entwickeln eigene Darstellungen, - analysieren und beurteilen verschiedene Formen der Darstellung entsprechend ihres Zwecks, - interpretieren nicht vertraute Darstellungen und beurteilen ihre Aussagekraft. <p>Mit mathematische Objekten umgehen</p> <p>AFB I, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - verwenden Routineverfahren (z.B. Lösen einer linearen Gleichung), - gehen mit vertrauten mathematische Objekten (z.B. Strecken, Termen, Gleichungen) um, <p>AFB II, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus, - beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z.B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um, <p>AFB III, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - bewerten Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz, - beschreiben die innere Struktur von Lösungsverfahren, erfassen deren Allgemeingültigkeit und übertragen die Verfahren auf neue Situationen. <p>Mit Medien mathematisch arbeiten</p> <p>AFB I, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - verwenden allgemeine Medien zur Kommunikation (z.B. Recherche in Fachliteratur oder Internet, Nutzung von Lernplattformen) und zur Präsentation mathematischer Inhalte in Situationen, in denen der Einsatz geübt wurde, - nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z.B.
---	--

	<p>wissenschaftlichen Taschenrechner), die aus dem Unterricht vertraut sind,</p> <ul style="list-style-type: none"> - ziehen Informationen aus mathemathikhaltigen Darstellungen in Alltagsmedien, <p>AFB II, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z.B. Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, Stochastiktool) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc., - nutzen weitere mathematikspezifische Medien (z.B. Apps zur Lernstandsbestimmung, Erklärvideos zum Verstehen, Programme zum Üben) zum selbstgesteuerten Lernen und Anwenden von Mathematik, - nutzen bekannte Algorithmen mit digitalen Mathematikwerkzeugen, - vergleichen mathemathikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten, - wählen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung bewusst aus, <p>AFB III, Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> - reflektieren Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematikspezifischer Medien, auch im Vergleich zwischen analogem und digitalem Medium, - konzipieren und erstellen selbst analoge und digitale Medien, um mathematische Sachverhalte darzustellen oder zu bearbeiten und stellen ihre Ergebnisse vor (z.B. Präsentation, Videos), - beurteilen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung, - beurteilen mathemathikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematische Gesichtspunkten, - setzen bekannte mathematische Verfahren mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (z.B. Tabellenkalkulation) als Algorithmus um, - nutzen Algorithmen mit Hilfe digitaler Werkzeuge, um den jeweils zugrundeliegenden mathematischen Inhalt zu untersuchen. <p>Die weiterentwickelten Bildungsstandards Mathematik weisen im Weiteren auf den Seiten</p>
--	--

	15 bis 23 erstmals „Inhaltsbezogene Kompetenzen“ geordnet nach den o.g. „Leitideen“ tabellarisch gegenübergestellt für den „Ersten Schulabschluss“ und den „Mittleren Schulabschluss“ aus.
--	--