Kultusminister
KONFERENZ

PRÜFUNG

ZUM EINTRITT IN DIE QUALIFIKATIONSPHASE
DER GYMNASIALEN OBERSTUFE
UND
ZENTRALE KLASSENARBEIT
Schuljahr 2009/2010

MATHEMATIK

Region **West**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Teilnehmer

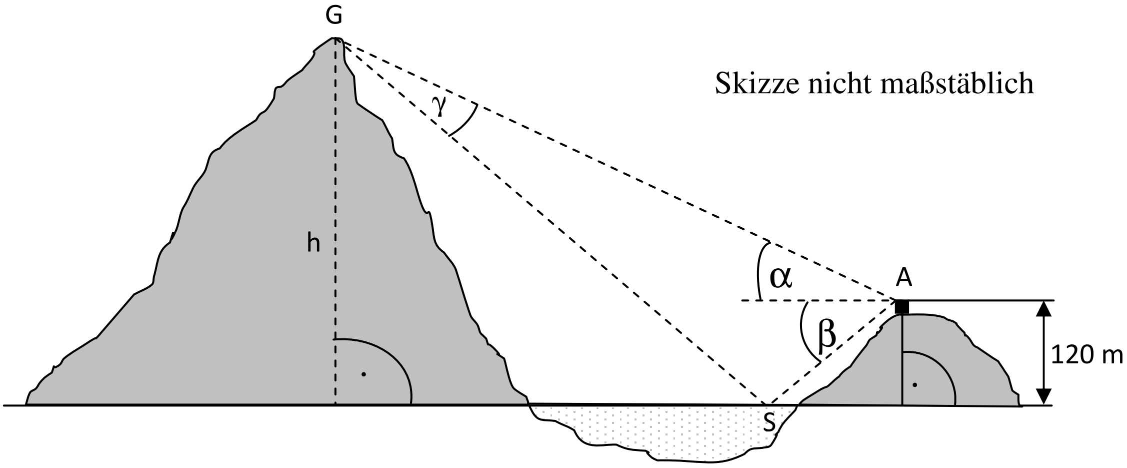
Arbeitszeit: **135 Minuten**
(Prüfungsordnung an deutschen Auslandsschulen mit aufsteigenden Klassen bis zur Jahrgangsstufe 10 zum Eintritt in die Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe – Beschluss der KMK vom 12. 12. 2007, § 5 und Richtlinie für zentrale Klassenarbeiten in Klasse 10 – Beschluss der KMK vom 17. 9. 2008)

Als Hilfsmittel sind zugelassen:
- Taschenrechner (nichtprogrammierbar, nichtgraphikfähig)
- Sammlung mathematischer Formeln
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

ÖFFNUNG AM TAG DER PRÜFUNG

Aufgabe 1

Ein Wanderer befindet sich 120 m über einem Bergsee auf einer Aussichtsplattform A. Er sieht den Gipfel G eines Berges unter einem Höhenwinkel $\alpha = 36°$. Blickt er auf den See, so sieht er das Spiegelbild des Gipfels unter einem Tiefenwinkel $\beta = 43°$.



a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AS}$! *(Kontrollergebnis : $\overline{AS} \approx 176\,m$)*

b) Der einfallende Strahl von G nach S wird an der Oberfläche des Sees in Richtung A reflektiert.
Bestimmen Sie die Größe des Winkels $\angle SGA = \gamma$!
(Kontrollergebnis : $\gamma \approx 7°$)

c) Wie weit ist der Wanderer im Punkt A vom Gipfel G des Berges entfernt?
(Kontrollergebnis : $\overline{AG} \approx 1441 m$)

d) Berechnen Sie die Höhe h des Gipfels G!

e) Von der Aussichtsplattform A sieht man die in einer Ebene liegenden Orte P, Q und R. Die Entfernungen der Orte voneinander sind bekannt:
$\overline{PQ} = 4000\,\text{m}$, $\overline{QR} = 3000\,\text{m}$ und $\overline{PR} = 1500\,\text{m}$. Die dreieckige Fläche zwischen den Orten soll unter Naturschutz gestellt werden.

Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche und geben Sie ihn auf ganze Hektar gerundet an!

Aufgabe 2

Die Funktionsgleichung $f(x) = ax^2 + bx$ mit $a, b \in R$ und $a \neq 0$ beschreibt quadratische Funktionen.

a) Geben Sie zwei Eigenschaften an, die alle Graphen gemeinsam haben!

b) Berechnen Sie a und b so, dass der Graph der Funktion f durch die Punkte P(1 | 3) und Q(-1 | -1) verläuft!
Geben Sie eine dazugehörige Funktionsgleichung an!

Für die Aufgabenteile c) und d) werden a = 1 und b = 2 gewählt.

c) Ermitteln Sie für den Graphen dieser Funktion f die Koordinaten des Scheitelpunktes! Geben Sie das Monotonieverhalten der Funktion an!

d) Der Graph von f wird um 2 Längeneinheiten nach oben und um 3 Längeneinheiten nach rechts verschoben. So erhält man den Graphen der Funktion g.
Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung von g!

Aufgabe 3

Es werden nun Funktionen h der Form $h(x) = a \cdot x^n$ betrachtet.

a) Für welche natürlichen Zahlen n verlaufen die Graphen von h symmetrisch zur y-Achse?

Beschreiben Sie den Einfluss des Faktors a mit $a \in R$ auf den Verlauf des Graphen der Funktion! Betrachten Sie dazu folgende Fälle:

I: $a > 1$
II: $-1 < a < 0$

b) Nun seien $a = 3$ und $n = \frac{1}{3}$.

Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich von h an!
Skizzieren Sie den Graphen von h im Intervall $[0\,;8]$!
Wie muss der x-Wert geändert werden, damit sich der Funktionswert verdoppelt?
Bestimmen Sie eine Gleichung der Umkehrfunktion $\bar{h}$!
Durch Verschiebung des Graphen von h entsteht der Graph der Funktion k mit $k(x) = 3x^{\frac{1}{3}} - 2$.
Ermitteln Sie den Schnittpunkt des Graphen von k mit der x-Achse!

c) Bestimmen Sie diejenige Funktion h, deren Graph durch die Punkte $P\left(1 \mid \frac{1}{4}\right)$ und $Q(-2 \mid 4)$ verläuft!